

УДК 621.3.07

Ю. В. Черняк, к.т.н., доцент

(професор кафедри «Тяговий рухомий склад залізниць», Державного економіко-технологічного університету транспорту, м. Київ)

В. О. Гатченко, к.т.н., доцент

(доцент кафедри «Тяговий рухомий склад залізниць» Державного економіко-технологічного університету транспорту м. Київ)

С. В. Каращук

(аспірант кафедри «Тяговий рухомий склад залізниць» Державного економіко-технологічного університету транспорту, м. Київ)

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЯГОВОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДА ЕЛЕКТРОВОЗА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

В статті обґрунтована необхідність створення математичної моделі тягового електропривода електровоза постійного струму. Розглянуто магнітну характеристику тягового двигуна електровоза та апроксимовано її за методом найменших квадратів. Створено математичний опис електровоза постійного струму при різних схемах з'єднання тягових двигунів. Побудовані його струмові та тягові характеристики.

Ключові слова: Математична модель електропривода, магнітна характеристика, схема з'єднань тягових двигунів, тягова характеристика.

В статье обоснована необходимость создания математической модели тягового электропривода электровоза постоянного тока. Рассмотрена магнитная характеристика тягового двигателя электровоза и аппроксимирована по методу наименьших квадратов. Создано математическое описание электровоза постоянного тока при различных схемах соединения тяговых двигателей. Построены его токовые и тяговые характеристики.

Ключевые слова: Математическая модель электропривода, магнитная характеристика, схема соединений тяговых двигателей, тяговая характеристика.

Постановка проблеми. При русі на неходових позиціях, електрорухомий склад (ЕРС) постійного струму з реостатно-контакторною системою управління витрачає на реостатах частину енергії. В процесі пуску, особливо для великовагових поїздів, та важких профілів колії важливо проаналізувати ефективність і порівняти витрати електроенергії на досягнення електровозом розрахункової швидкості при застосуванні послаблення збудження на проміжних ходових позиціях та без застосування, (лише повне поле та реостатні позиції).

Аналіз основних досліджень і публікацій. В публікаціях [1-5] проаналізовано режими роботи електрорухомого складу (ЕРС) та обґрунтовано необхідність підвищення його коефіцієнту корисної дії, проаналізовано вплив джерела живлення моделі тягового електропривода з широтно-імпульсним регулюванням напруги на якість його вихідних характеристик, розглянуті та обґрунтовані системи захисту напівпровіднико-

© Черняк Ю. В., Гатченко В. О., Каращук С. В., 2017

вих ключів від негативних наслідків комутації. Проаналізовано ефективність використання електроенергії електрорухомим складом та розглянуті різні системи тягового електропривода, що застосовуються на залізничному транспорті.

Мета статті – створення математичної моделі для визначення параметрів руху поїзда на реостатних та ходових позиціях електровоза постійного струму.

Виклад основного матеріалу. Через високу інерційність поїзда можна стверджувати, що електричні процеси в тяговому колекторному двигуні постійного струму проходять значно швидше, ніж встигають змінюватись динамічні, механічні та швидкісні параметри руху. Враховуючи це, можна прийняти, що під час зміни режиму роботи тягового електродвигуна (ТЕД) швидкість залишається постійною ($V = const$).

Розглянувши баланс напруги колекторного двигуна та прийнявши за умову, що двигун постійно перебуває в сталому режимі, можна побудувати математичну модель електровоза постійного струму на основі колекторного двигуна при сталому режимі. Баланс напруги ТЕД:

$$U_{ТЕД} = E_{ТЕД} + I \cdot R, \quad (1)$$

З формули електрорушійної сили [6] випливає:

$$n = \frac{U_{ТЕД} - I \cdot R}{C_e \cdot \Phi}. \quad (2)$$

Виразивши швидкість обертання якоря ТЕД (об/хв.) через швидкість руху поїзда, км/год, визначимо магнітний потік:

$$\Phi = \frac{3.6 \cdot \pi \cdot D_k \cdot (U_{ТЕД} - I \cdot r_{ТЕД})}{60 \cdot \mu \cdot V \cdot C_e}. \quad (3)$$

де V – швидкість руху поїзда, км/год;

– μ – передаточне число редуктора;

– D_k – діаметр круга кочення бандажа колісної пари, м.

Припустимо, що у електровоза були ТЕД з однаковими характеристиками. Опір обмоток якоря згідно з ГОСТ 2582 – 81 перерахуємо до робочої температури, Ом:

$$R^{115} = R^{20} \cdot \left[1 + \alpha \cdot (t_p - t_o) \right], \quad (4)$$

де t_p – робоча температура ТЕД (за ГОСТ 2582 – 81 $t_p = 115^\circ \text{C}$);

– t_o – температура обмоток в технічній документації (для ТЛ-2К1 $t_o = 20^\circ \text{C}$).

Для вирішення рівняння балансу напруги необхідно знайти залежність магнітного потоку від струму намагнічування $\Phi = f(I)$. Для цього скористаємося характеристиками тягового електродвигуна ТЛ-2К1 електровоза ВЛ11 з правил тягових розрахунків (ПТР) [7].

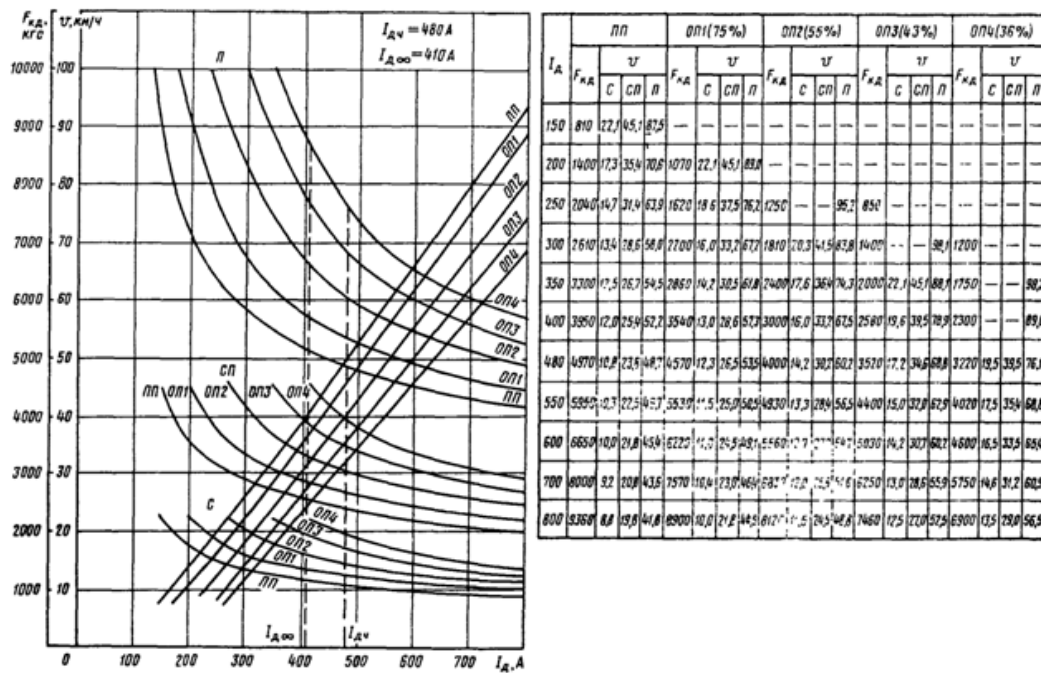


Рис. 1. Характеристики тягового электродвигуна ТЛ-2К1 електровоза ВЛ11м

Оскільки числові параметри для двигуна ТЛ-2К1 подані для різних з'єднань, то напруга на одному ТЕД:

$$U_{ТЕД} = \frac{U_{KM}}{a_{ТЕД}}, \quad (5)$$

де U_{KM} – напруга контактної мережі ($U_{ks} = 3000$ В);

— $a_{ТЕД}$ – кількість послідовно увімкнених ТЕД залежно від з'єднання (для електровоза ВЛ11м при з'єднанні «С» – $a_{ТЕД} = 8$, при з'єднанні «СП» – $a_{ТЕД} = 4$, при з'єднанні «П» – $a_{ТЕД} = 2$). Для розв'язання рівняння балансу напруги ТЕД скористаємося середовищем математичного моделювання Mathcad.

Для розрахунку побудуємо графік залежності розрахованих значень магнітного потоку тягового электродвигуна ТЛ-2К1 електровоза ВЛ11м залежно від струму (рис. 2).

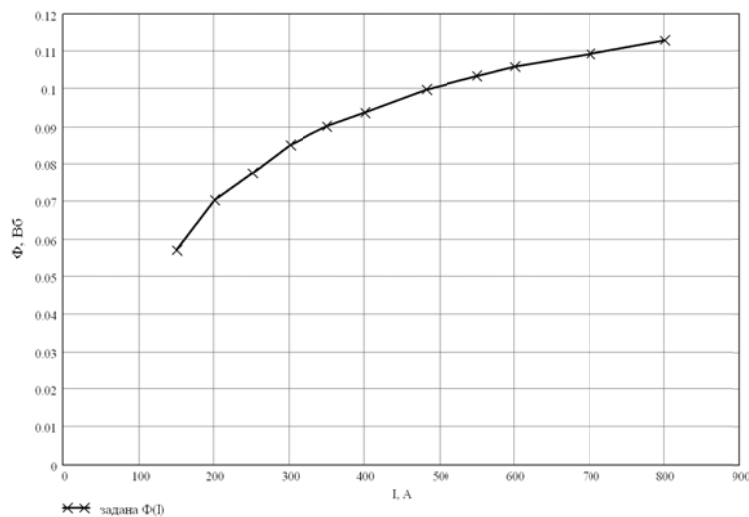


Рис. 2. Графік залежності розрахованих значень магнітного потоку тягового електродвигуна ТЛ-2К1 електровоза ВЛ1м від струму

Отримавши графік залежності апроксимуємо дані по методу найменших квадратів лінійною комбінацією довільних функцій.

За довільну функцію прийемо поліном 4-го ступеня:

$$TF(I) := \begin{pmatrix} 1 \\ I^2 \\ I^3 \\ I^4 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Рівняння залежності магнітного потоку від струму якоря приймає вигляд:

$$\Phi(I) = K_1 \cdot I + K_2 \cdot I^2 + K_3 \cdot I^3 + K_4 \cdot I^4. \quad (7)$$

Визначимо середнє відхилення від заданих величин після апроксимування. Середнє значення відхилення визначаємо як середню дисперсію (рис. 3).

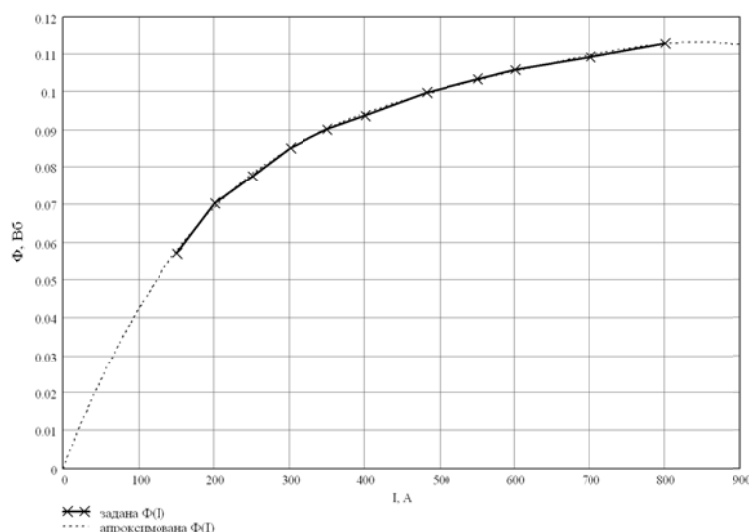


Рис. 3. Графіки апроксимованої та заданої залежності магнітного потоку від струму якоря при повному полі

Середнє значення відхилення від заданих величин становить 0.995, що підтверджує високу точність, як математичної моделі розрахунку залежності магнітного потоку від струму, так і моделі тягового електропривода в цілому.

Порівняємо отриманий графік залежності (рис. 4, а) з електромеханічними характеристиками двигуна ТЛ-2К1 [9] (рис. 4, б). Для порівняння виразимо магнітну характеристику через E/n .

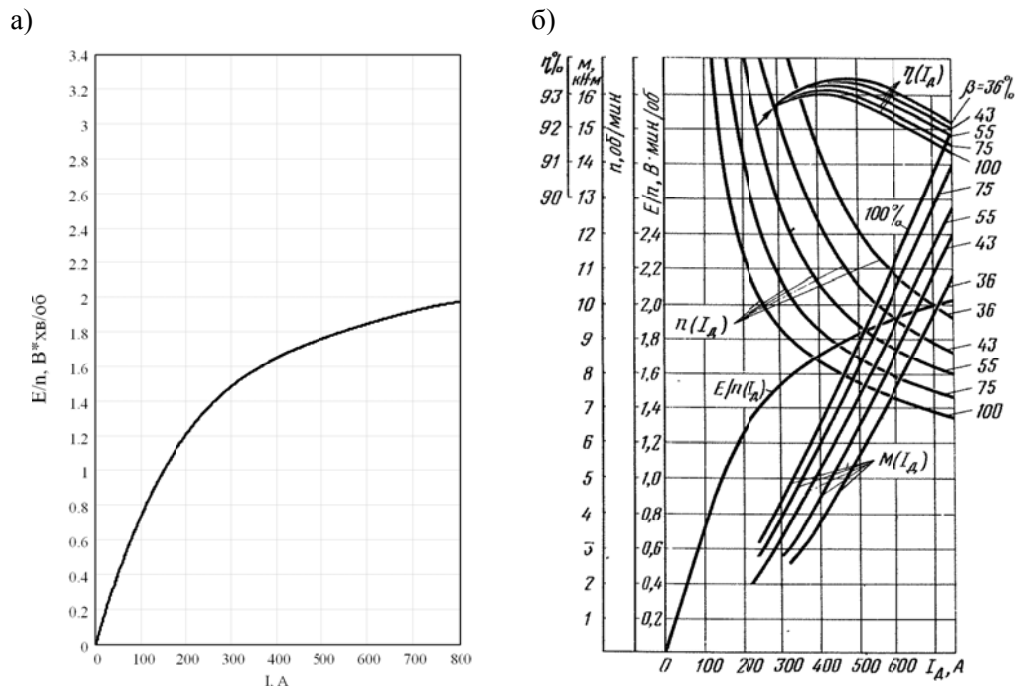


Рис. 4. Графік залежності характеристики намагнічування двигуна ТЛ-2К1 від струму двигуна

Очевидно, що середня похибка залежності намагнічування становить $\approx 4\%$. Визначимо залежність магнітного потоку від струму якоря при послабленому збудженні. Оскільки значення величини послаблення збудження відомі побудуємо графік залежності магнітного потоку від струму якоря (рис. 5).

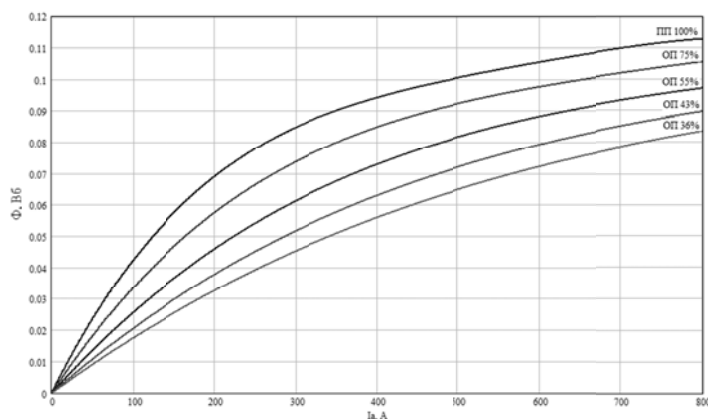


Рис. 5. Графіки апроксимованої залежності магнітного потоку від струму якоря при повному полі та послабленому збудженні тягового двигуна ТЛ-2К1

Маючи залежність магнітного потоку від струму якоря $\Phi = f(I_a)$, розв'яжемо рівняння балансу напруги відносно струму якоря. Очевидно, що на реостатних позиціях в баланс напруги також увійде падіння напруги на реостатах, тому приведемо значення опору реостату та рішення рівняння до одного ТЕД. Рівняння (2) при цьому матиме вигляд:

$$\frac{60 \cdot \mu \cdot V}{3.6 \cdot \pi \cdot D_k} = \frac{\frac{U_{KM}}{a_{TED}} - I_a \cdot \left(r_{TED} + \frac{R_{r_j} \cdot \beta_{m_j}}{a_{TED}} \right)}{C_e \cdot \Phi(I_a)}, \quad (8)$$

де R_{r_j} – опір реостату в залежності від j -ї позиції контролера машиніста, що увімкнений послідовно з ТЕД, Ом;

β_{m_j} – коефіцієнт приведення реостату до одного ТЕД ($\beta_{m_j} = 1$ при «С» та «СП» з'єднанні; $\beta_{m_j} = 2$ при «П» з'єднанні).

З рівняння (7) та (8):

$$\frac{60 \cdot \mu \cdot V}{3.6 \cdot \pi \cdot D_k} = \frac{\frac{U_{KM}}{a_{TED}} - I_a \cdot \left(r_{TED} + \frac{R_{r_j} \cdot \beta_{m_j}}{a_{TED}} \right)}{C_e \cdot (K_1 \cdot I_a + K_2 \cdot I_a^2 + K_3 \cdot I_a^3 + K_4 \cdot I_a^4)}$$

Зведемо рівняння до рівняння 4-го порядку:

$$\begin{aligned} 3.6 \cdot \pi \cdot D_k \left[\frac{U_{ks}}{a_{ted}} - I_a \cdot \left(r_{ted} + \frac{R_{r_j} \cdot \beta_{m_j}}{a_{ted}} \right) \right] &= 60 \cdot \mu \cdot V \cdot C_e (K_1 \cdot I_a + K_2 \cdot I_a^2 + K_3 \cdot I_a^3 + K_4 \cdot I_a^4) \\ -3.6 \cdot \pi \cdot D_k \frac{U_{ks}}{a_{ted}} + I_a \cdot \left[3.6 \cdot \pi \cdot D_k \cdot \left(r_{ted} + \frac{R_{r_j} \cdot \beta_{m_j}}{a_{ted}} \right) + 60 \cdot \mu \cdot V \cdot C_e \cdot K_1 \right] &+ I_a^2 \cdot 60 \cdot \mu \cdot V \cdot C_e \cdot K_2 + \\ + I_a^3 \cdot 60 \cdot \mu \cdot V \cdot C_e \cdot K_3 + I_a^4 \cdot 60 \cdot \mu \cdot V \cdot C_e \cdot K_4 &= 0 \end{aligned}$$

Отримане рівняння 4-го порядку вирішуємо чисельним методом поліномів Лаггера в середовищі програми MathCAD. Матриця Лаггера коефіцієнтів рівняння 4-го порядку:

$$I_{iv,j} := \begin{bmatrix} -3.6 \cdot \pi \cdot D_k \cdot \frac{U_{ks}}{a_{ted,j}} \\ 3.6 \cdot \pi \cdot D_k \cdot \left(r_{ted} + \frac{R_{p_j} \cdot \beta_{m_j}}{a_{ted,j}} \right) + 60 \cdot \mu \cdot V_{iv} \cdot C_e \cdot \text{Koeff_PP}_1 \\ 60 \cdot \mu \cdot V_{iv} \cdot C_e \cdot \text{Koeff_PP}_2 \\ 60 \cdot \mu \cdot V_{iv} \cdot C_e \cdot \text{Koeff_PP}_3 \\ 60 \cdot \mu \cdot V_{iv} \cdot C_e \cdot \text{Koeff_PP}_4 \end{bmatrix}$$

Рівняння поліномів 4-го порядку буде мати декілька коренів. Проте рішення рівняння задовольняє лише дійсний (некомплексний) невід'ємний корінь. Складемо алгоритм вибору дійсного додатного кореня.

$$I_{3_{iv,j}} := \begin{cases} (I_{2_{iv,j}})_1 & \text{if } (\text{Im}(I_{2_{iv,j}}))_1 = 0 \wedge (I_{2_{iv,j}})_1 > 0 \\ (I_{2_{iv,j}})_2 & \text{if } (\text{Im}(I_{2_{iv,j}}))_2 = 0 \wedge (I_{2_{iv,j}})_2 > 0 \\ (I_{2_{iv,j}})_3 & \text{if } (\text{Im}(I_{2_{iv,j}}))_3 = 0 \wedge (I_{2_{iv,j}})_3 > 0 \\ (I_{2_{iv,j}})_4 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Розрахуємо струм електровоза при різних з'єднаннях ТЕД:

$$I_{iv,j} := b_{ted,j} \cdot I_{3,iv,j}$$

де b_{ted} – кількість паралельних гілок ТЕД тягового електропривода;

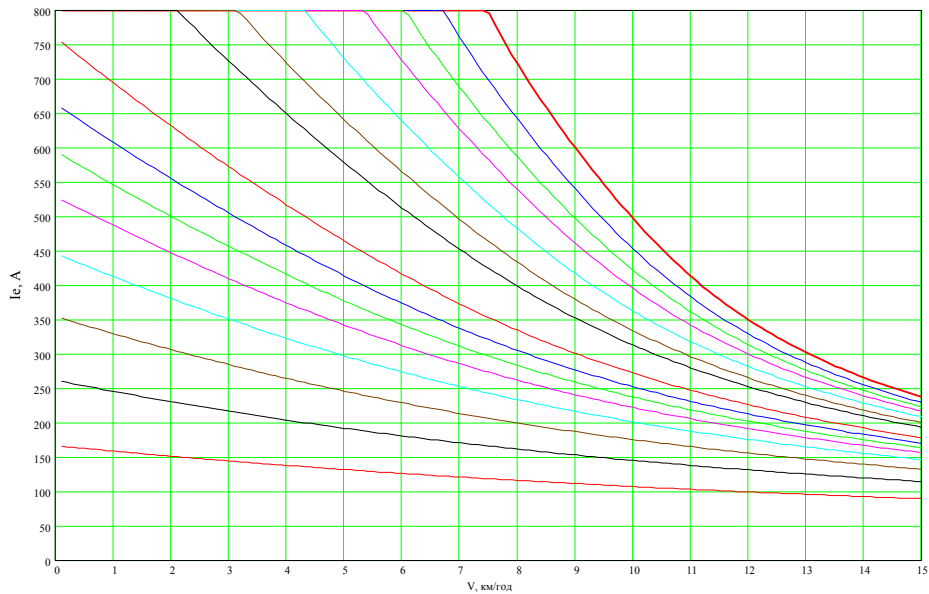


Рис. 9. Характеристики моделі тягового електропривода при послідовному з'єднанні ТЕД

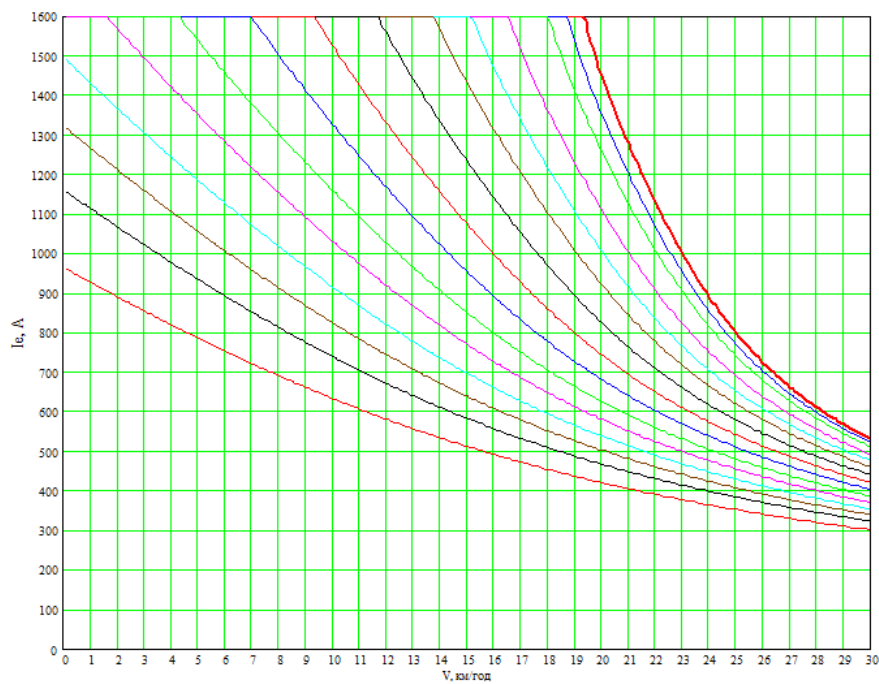


Рис. 10. Характеристики моделі тягового електропривода

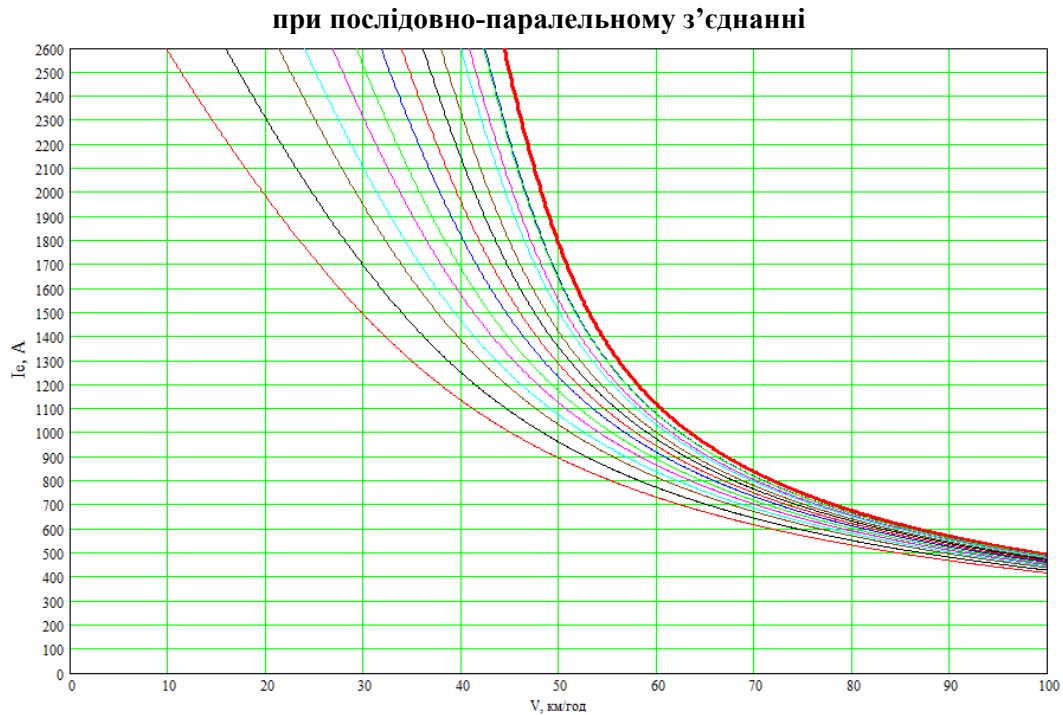


Рис. 11. Характеристики моделі тягового електропривода при паралельному з'єднанні

Аналогічно проводимо розрахунок для характеристик електропривода при ослабленому збудженні ТЕД. На послідовному та послідовно-паралельному з'єднанні обмежимо розрахунок моделі по струму та швидкості, для зменшення часу розрахунків.

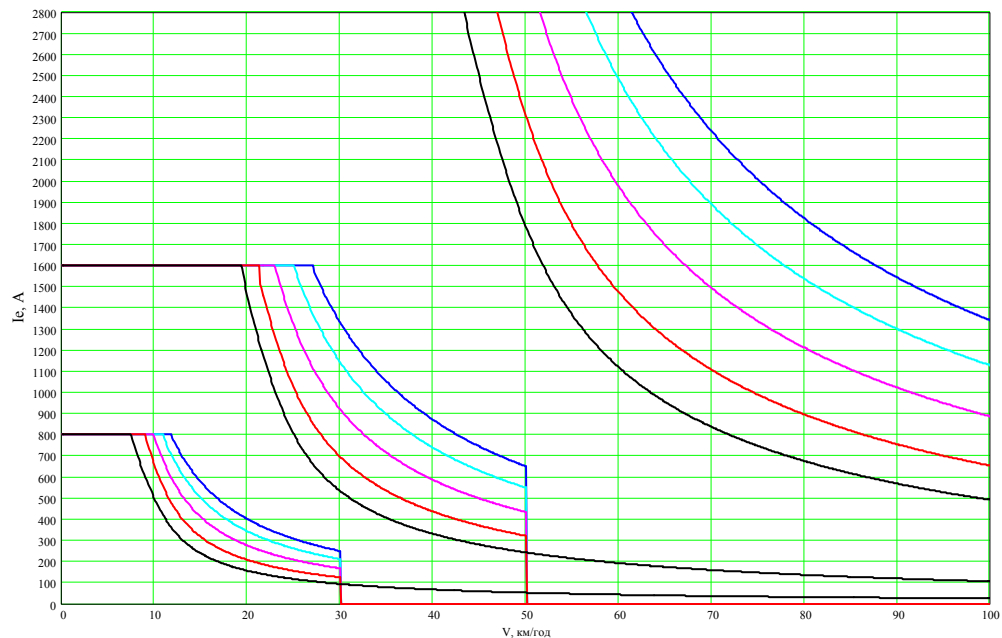


Рис. 12. Характеристики моделі тягового електропривода ходових позицій (повного та послабленого поля збудження ТЕД)

Задавшись максимальним струмом, побудуємо струмову характеристику електро-
воза. При цьому вихід на розрахункову швидкість можливий двома шляхами:

- із застосуванням послаблення збудження на проміжних ходових позиціях;
- без застосування послаблення збудження на проміжних ходових позиціях.

Тому можна побудувати дві струмові характеристики електровоза. Для порівняння також приведемо графік обмеження по струму з ПТР [7] (рис. 13).

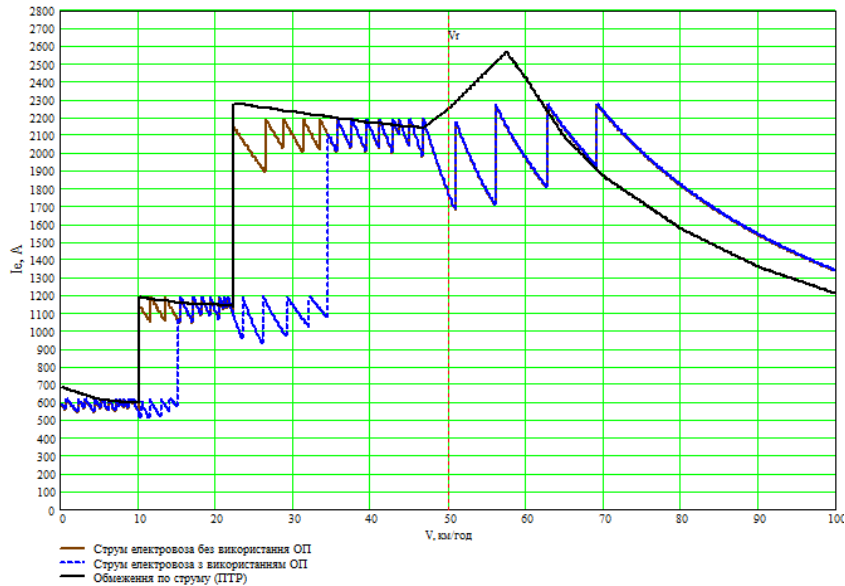


Рис. 13. Струмова характеристика моделі електропривода
електровоза постійного струму ВЛ11м

Отримавши струмову характеристику, розрахуємо електричні втрати в реостатах в залежності від швидкості руху. Як відомо потужність втрат в реостаті, кВт:

$$P_r = \frac{I_e^2 \cdot R_{rj}}{1000}, \quad (9)$$

де I_e – струм електровоза, А;

Із струмової характеристики електровоза визначимо електричні втрати в реостаті залежно від швидкості руху із застосуванням послаблення збудження та без нього (рис. 14.).

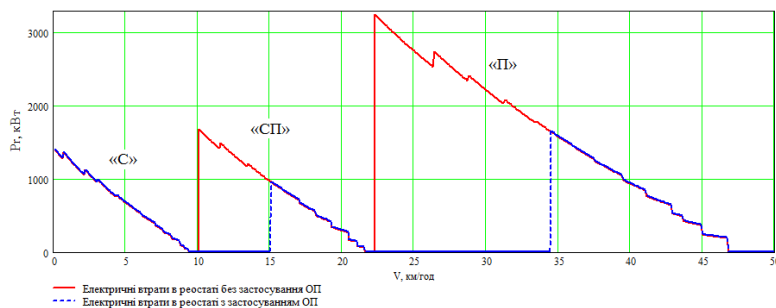


Рис. 14. Залежність електричних втрат в реостаті

від швидкості руху електровоза ВЛ11м

Сила тяги локомотива розраховується з відомих рівнянь електрорушійної сили і обертального моменту на валу якоря ТЕД [6]:

$$F_K = M \frac{2 \cdot \mu \cdot \eta_{з.п.}}{D_k}, \quad (10)$$

де M – Момент на валу ТЕД;
 $\eta_{з.п.}$ – ККД зубчатої передачі.
 Момент на валу ТЕД (Н·м) [9]:

$$M = 0.159 \left(\frac{N_a \cdot p}{a} \right) \cdot I_a \cdot \Phi, \quad (11)$$

Таким чином сила тяги однієї колісної пари:

$$F_K = \frac{3.6 \cdot I_a \cdot \eta_{з.п.} \cdot (U - I_a \cdot R)}{V},$$

Сила тяги електровоза:

$$F_K = m \cdot \frac{3.6 \cdot I_a \cdot \eta_{з.п.} \cdot (U - I_a \cdot R)}{V}, \quad (12)$$

де, m – кількість тягових колісних пар електровоза.

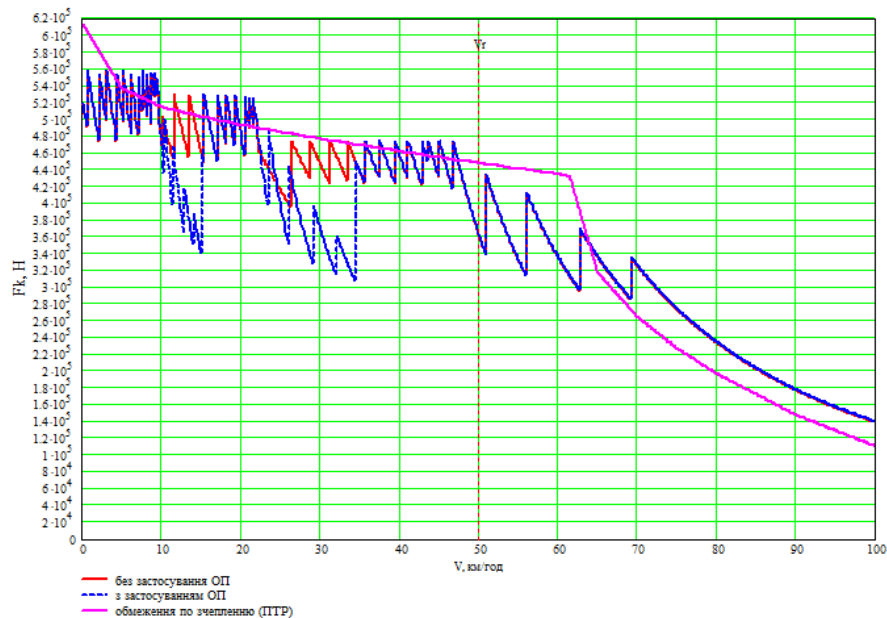


Рис. 15. Змодельована тягова характеристика електровоза ВЛ11м

при різних режимах розгону

Висновки та пропозиції. Проаналізувавши роботу тягового електропривода та задавши основними рівняннями, що описують роботу тягового електродвигуна в установленому режимі, вдалося створити математичну модель тягового електропривода електровоза постійного струму. Побудовано його струмові та тягові характеристики. Пропонуються подальші дослідження моделі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Карацук С.В., Гаюрі А.В. Системи захисту напівпровідникових пристроїв від негативних наслідків комутації // Збірник наукових праць Державного економіко-технологічного університету транспорту Міністерства освіти і науки України: Серія «Транспортні системи і технології». – Вип. 23.– К.: ДЕТУТ, 2013. – С. 87–91.
2. Черняк Ю.В., Гатченко В.О., Ревчук М.О., Карацук С.В., Малюк С.В. Вплив джерела живлення моделі тягового електропривода на якість його вихідних характеристик // Збірник наукових праць Державного економіко-технологічного університету транспорту Міністерства освіти і науки України: Серія «Транспортні системи і технології». – Вип. 24. – К.: ДЕТУТ, 2014. – С. 140–144.
3. Черняк Ю.В., Гатченко В.О., Гаюрі А.В., Карацук С.В. Оцінка енергетичної ефективності існуючої системи рекуперативного гальмування електропоїздів // Збірник наукових праць Державного економіко-технологічного університету транспорту Міністерства освіти і науки України: Серія «Транспортні системи і технології». – Вип. 26-27.– К.: ДЕТУТ, 2015. – С. 83–91.
4. Черняк Ю.В., Гатченко В.О., Гаюрі А.В., Карацук С.В. Аналіз ефективності використання електроенергії системами тягового електропривода ЕРС постійного струму // Збірник наукових праць Державного економіко-технологічного університету транспорту Міністерства освіти і науки України: Серія «Транспортні системи і технології». – Вип. 28. – К.: ДЕТУТ, 2016. – С. 5–12.
5. Карацук С.В. Аналіз систем тягового електропривода електрорухомого складу // Збірник наукових праць Державного економіко-технологічного університету транспорту Міністерства освіти і науки України: Серія «Транспортні системи і технології». – Вип. 29. – К.: ДЕТУТ, 2016. – С. 96–106.
6. Безрудченко В.М. Варченко В.К. Чумак В.В. Тягові електричні машини електрорухомого складу. – Д.: Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2003. – 252 с.
7. Правила тяговых расчетов для поездной работы. – М.: Транспорт, 1985. – 287 с.
8. Электровоз ВЛ11М: Руководство по эксплуатации. – М.: Транспорт, 1994. – 416 с.
9. Курбасов А.С. Седов В.И. Сорин Л.Н. Проектирование тяговых электродвигателей. – М.: Транспорт, 1987. – 236 с.

Yuriy Cherniak, PhD (Technical Science), Associate Professor
(Professor of Traction Rolling Stock of Railways Chair of State University for Transport Economy and Technologies)

Victoria Hatchenko, PhD (Technical Science), Associate Professor
(Associate Professor Traction Rolling Stock of Railways Chair of State University for Transport Economy and Technologies)

Sergiy Karashchuk
(Postgraduate of Traction Rolling Stock of Railways Chair of State University for Transport Economy and Technologies)

**MATHEMATICAL MODEL OF TRACTION ELECTRIC DRIVE
OF ELECTRIC LOCOMOTIVES WITH DIRECT CURRENT**

In the article mathematical model of electric locomotive traction electric DC examined. The Magnetic characteristics electric traction motor considered. Magnetic characteristics approximated by the least squares method. The mathematical de-

scription of DC electric circuits with different connection traction motors created. Current and traction characteristics built.

Keywords: *Mathematical model of electric drive, magnetic characteristics, the circuit connections of traction motors, traction characteristics.*

REFERENCES

1. Karashchuk S.V., Gajur A.V. *Sistemi zahistu napivprovodnikovih pristroiv vid negativnih naslidkiv komutatsiy* [Protection systems for semiconductor devices from the negative effects of switching] // Zbirnik naukovih prac' derzhavnogo ekonomiko-tehnologichnogo universitetu transportu serija transportni sistemi i tehnologii. vipusk 23, [Collected Works of Public Economics and Technology University of Transport Series transportation systems and technologies. issue 23] Kiev-2013 – p. 87-91.
2. Chernyak Y.V., Gatchenko V.O., Revchuk M.O., Karaschuk S.V., Malyuk S.V. *Vpliv dzherela zhivlennya modeli tyagovogo elektroprivodu na yakist yogo vihidnih harakteristik* [Effect of power supply for quality characteristic model traction electric drive] // Zbirnik naukovih prac' derzhavnogo ekonomiko-tehnologichnogo universitetu transportu serija transportni sistemi i tehnologii. vipusk 24 [Scientific Papers of State Technological University of Economics and Transport series transport systems and technologies. issue 24], Kiev-2014. – p. 140-144.
3. Chernyak Yu.V., Gatchenko V.O., Gayur A.V., Karaschuk S.V. *Otsinka energetichnoyi efektyvnosti isnuyuchoyi sistemi rekuperativnogo galmuvannya elektropoyizdiv* [Analysis of existing and perspective directions of energy storage in transport order to increase its energy efficiency] // Zbirnik naukovih prac' derzhavnogo ekonomiko-tehnologichnogo universitetu transportu serija transportni sistemi i tehnologii. vipusk 26-27 [Scientific Papers of State Technological University of Economics and Transport series transport systems and technologies. issue 26-27], Kiev-2015. – p. 83-91.
4. Chernyak Yu.V., Gatchenko V.O., Gayur A.V., Karaschuk S.V. *Analiz efektyvnosti vikoristannya elektroenergiyi sistemami tyagovogo elektroprivodu ERS postynogo strumu* [Assessment of the energy efficiency of the traction electric drive for electric locomotives with direct current power supply system] // Zbirnik naukovih prac' derzhavnogo ekonomiko-tehnologichnogo universitetu transportu serija transportni sistemi i tehnologii. vipusk 28 [Scientific Papers of State Technological University of Economics and Transport series transport systems and technologies. issue 28], Kiev-2016. – p. 5-12.
5. Karaschuk S.V. *Anallz sistem tyagovogo elektroprivoda elektroruhomogo skladu* [Analysis of electromotive systems for electric locomotives] // Zbirnik naukovih prac' derzhavnogo ekonomiko-tehnologichnogo universitetu transportu serija transportni sistemi i tehnologii. vipusk 29 [Scientific Papers of State Technological University of Economics and Transport series transport systems and technologies. issue 29], Kiev-2016. – p. 96-106.
6. V.M. Bezrychenko, V.K. Vharchenko, V.V. Chumak / *Tyagovi electrichni mashinu electroruhomogo skladu*. Vud. Dniepropetr. nac. Univ. zaliz. transp. im. acad. V. Lazaryana, 2003. 252 p.
7. *Pravila tyagovyih raschetov dlya poezdnoy raboty* [Rules of traction for train work]. Moscow-1985. 287 p.
8. *Elektrovoz VL11M: Rukovodstvo po ekspluatatsii* [Electric locomotive VL11M: Instruction manual]. – Moscow, 1994. 416 p.
9. Kurbasov A.S., Sedov V.I., Sorin L.N. *Proektirovanie tyagovyih elektrodvigately* [Design of traction motors]. – Moscow, 1987. 236 p.